

ОСНОВЫ формальной **ЛОГИКИ** в информатике

Высказывания

Алгебра логики

Логические операции

Конъюнкция

Дизъюнкция

Инверсия

VIDEOUROKI.NET

2 Построение таблиц истинности
для логических выражений

7

3 Законы алгебры логики

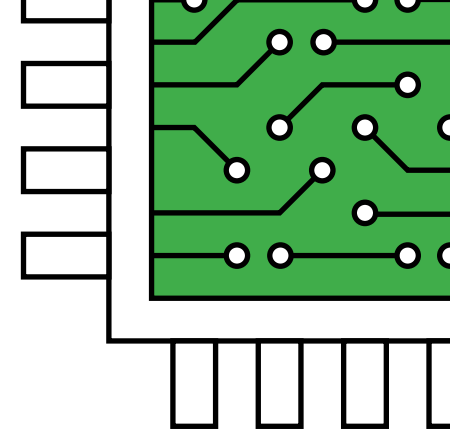
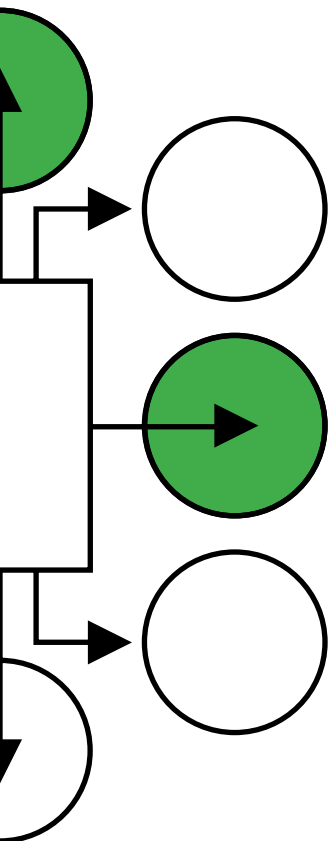
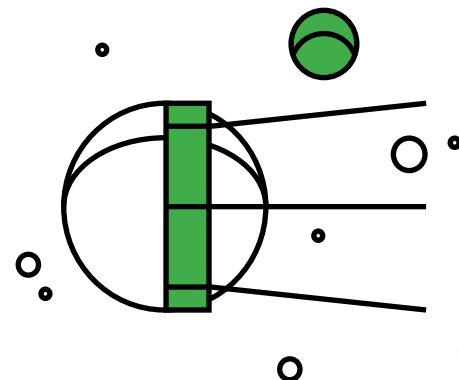
8

4 Логические элементы

10

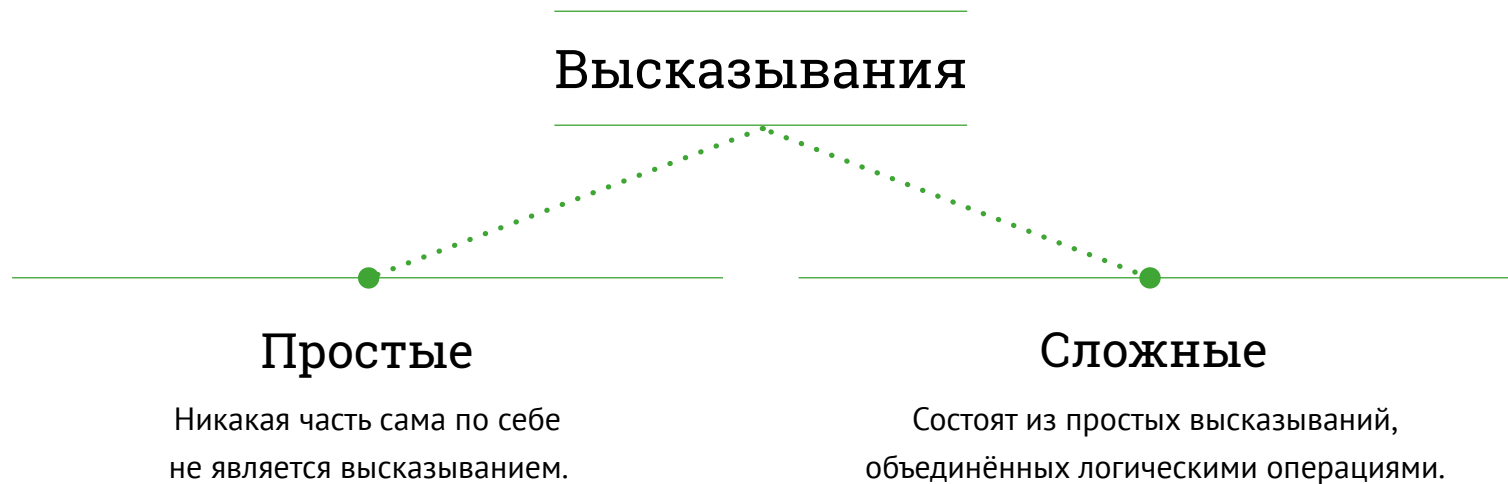
5

6



Высказывания

Высказывание — это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.

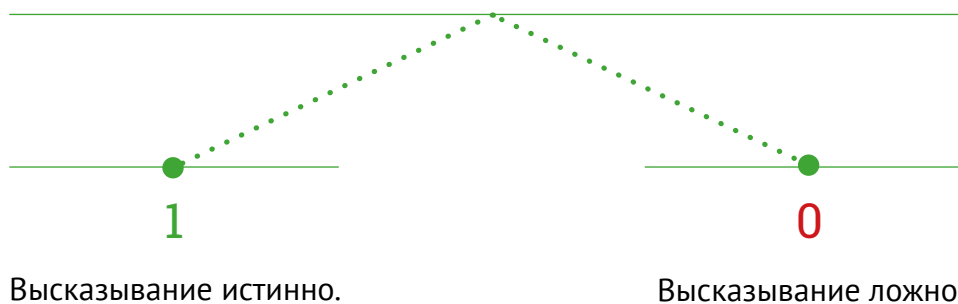


Алгебра логики

Алгебра логики определяет правила записи, преобразования и вычисления значений высказываний.

В алгебре логики высказывания обозначаются заглавными латинскими буквами (A, B, C, ...), которые называются **логическими переменными**.

Значения логических переменных



Логические операции: конъюнкция (логическое умножение, логическое И)

Конъюнкция — логическая операция, объединяющая два высказывания, итоговое высказывание истинно тогда и только тогда, когда истинны оба исходных высказывания.

Пример высказывания:
Сейчас зима **И** выпал снег.

Таблица истинности			
$A \wedge B$		B	
		0	1
A	0	0	0
	1	0	1

Обозначения
$A \wedge B$
A И B
A & B
$A \cdot B$

Логические операции: дизъюнкция (логическое сложение, логическое ИЛИ)

Дизъюнкция — логическая операция, объединяющая два высказывания, итоговое высказывание истинно тогда, когда истинно хотя бы одно из исходных высказываний.

Пример высказывания:

Зазвонил телефон **ИЛИ** дверной звонок.

Таблица истинности			
$A \vee B$		B	
		0	1
A	0	0	1
	1	1	1

Обозначения
$A \vee B$
A ИЛИ B
$A \mid B$
$A + B$

Логические операции: инверсия (логическое отрицание, логическое НЕ)

Инверсия — логическая операция, которая ставит в соответствие исходному высказыванию новое высказывание, противоположное по значению.

Пример высказывания:

Наступила **НЕ** зима.

Таблица истинности

A	$\neg A$
0	1
1	0

Обозначения

$\neg A$
НЕ A
$\bar{A}$

Построение таблиц истинности для логических выражений

$$\begin{array}{c} n = 3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ A \vee B \wedge C \\ \swarrow \quad \searrow \\ m = 2 \end{array}$$

Алгоритм действий:

1. Посчитать количество логических переменных (n).
2. Посчитать количество логических операций (m).
3. Установить порядок выполнения операций.
4. Рассчитать число столбцов таблицы ($n + m$).
5. Заполнить шапку таблицы в соответствии с пунктом 3.
6. Рассчитать число строк таблицы (2^n).
7. Выписать все наборы входных переменных.
8. Заполнить таблицу, выполняя указанные операции.

2 ⁿ	A	B	C	$A \vee B$	$A \vee B \wedge C$
	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0
	0	1	0	1	0
	0	1	1	1	1
	1	0	0	1	0
	1	0	1	1	1
	1	1	0	1	0
	1	1	1	1	1
n			m		

Законы алгебры логики

Переместительный (коммутативный)

Для логического умножения:

$$A \& B = B \& A$$

Для логического сложения:

$$A \vee B = B \vee A$$

Сочетательный (ассоциативный)

Для логического умножения:

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

Для логического сложения:

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Распределительный (дистрибутивный)

Для логического умножения:

$$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$$

Для логического сложения:

$$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$$

Двойного отрицания

$$\bar{\bar{A}} = A$$

Законы алгебры логики

Исключённого третьего (непротиворечия)

Для логического умножения:

$$A \& \bar{A} = 0$$

Для логического сложения:

$$A \vee \bar{A} = 1$$

Закон повторения

Для логического умножения:

$$A \& A = A$$

Для логического сложения:

$$A \vee A = A$$

Законы операций с 0 и 1

Для логического умножения:

$$A \& 0 = 0; A \& 1 = A$$

Для логического сложения:

$$A \vee 0 = A; A \vee 1 = 1$$

Общей инверсии

Для логического умножения:

$$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

Для логического сложения:

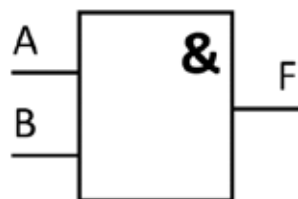
$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$$

Логические элементы

Логический элемент — это дискретный преобразователь, который после обработки логических сигналов возвращает результат выполнения одной из логических операций.

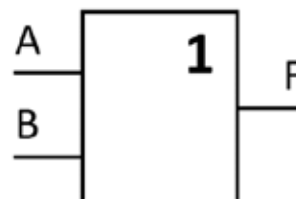
Логические элементы

Конъюнктор



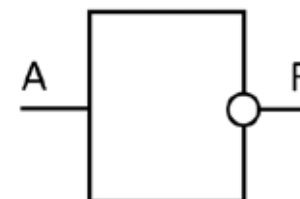
$$F = A \& B$$

Дизъюнктор



$$F = A \vee B$$

Инвертор



$$F = \bar{A}$$